همخط بودن

با توجه به تعریف خط و یا توازی خطوط، به راحتی می توان نتیجه گرفت که سه نقطه z_3, z_2, z_1 همخطند، اگر و تنها اگر:

$$\frac{z_2 - z_1}{z_3 - z_1} = \frac{\bar{z}_2 - \bar{z}_1}{\bar{z}_3 - \bar{z}_1}$$

حال به حل چند سئوال از مسابقات المپیادهای مختلف می‌پردازیم:

مثال۱. فرض کنید K محل برخورد اقطار چهار ضلعی عمود قطر $BB'C'C$ باشد، به طوریکه $KB = KB', KC = KC'$. اگر M وسط $B'C'$ باشد، ثابت کنید:

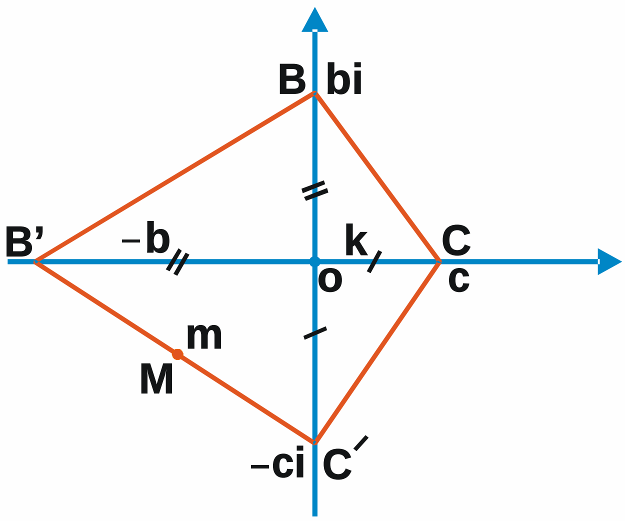
$MK \perp BC$.

حل. از آنجا که چهار ضلعی $BB'C'C$ عمود قطر است، می توان K (محل برخورد قطرها) را مبدا مختصات در نظر گرفت، به طوریکه قطر BC' روی محور y ها وقطر $B'C$ روی محور x ها قرار گیرند. بدین ترتیب اگر عدد c متناظر با نقطه C باشد، عدد متناظر با C' برابر خواهد بود با $-ci$. عدد متناظر با B باید به صورت موهومی محض باشد، فرض کنید این عدد bi باشد، بنابراین $-b$ متناظر با B' خواهد بود (توجه کنید که $b, c \in R$ هستند).حال اگر m متناظر با M باشد، داریم: $m = \frac{-b - ci}{2}$.

همچنین خواهیم داشت:

$$\frac{bi-c}{b+ci}+\frac{\overline{bi}-\overline{c}}{\overline{b}+\overline{ci}}=\frac{bi-c}{b+ci}+\frac{c+bi}{-b+ci}$$

$$=\frac{(b+ci)(c+bi)+(bi-c)(ci-b)}{(b+ci)(ci-b)}$$



شکل۱

اما صورت کسر برابر خواهد بود با:

$$\left(bc+c^2i+b^2i+bci^2\right)+\left(bci^2+bc-c^2i-b^2i\right)$$

$$=2bc+\left(c^2i-c^2i\right)+\left(b^2i-b^2i\right)+2bci^2=2bc-2bc=0 \qquad (\text{زیرا: } i^2=-1)$$

پس ثابت شد: $MK \perp BC$.