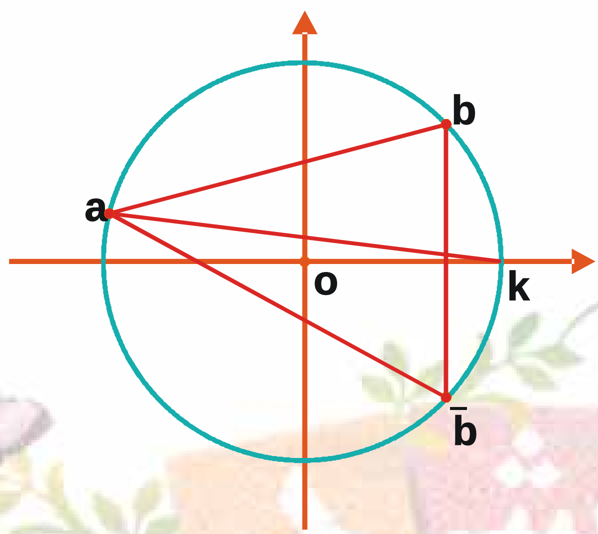
پای نیمساز

اگر مثلث Δabc را در دایره یکه محاط نماییم، بطوریکه $c=\bar{b}$ ؛ آن گاه نقطه وسط کمان $\widehat{b\bar{b}}$ روی محور x ها قرار خواهد داشت. این نقطه را k می‌نامیم؛ بنابراین، پای نیمساز نظیر راس a در مثلث Δabc را می‌توان از برخورد خط $\overrightarrow{b\bar{b}}$ با $\overrightarrow{ak}$ بدست آورد.

همچنین در حالت کلی برای مثلث دلخواه Δabc، می توان به طریق زیر پای نیمساز نظیر راس a را بدست آورد: می دانیم که پای نیمساز نظیر راس A در مثلث ΔABC، که آن را D_1 می نامیم، BC را به نسبت $\frac{AB}{AC}$ قطع می‌کند، یعنی:

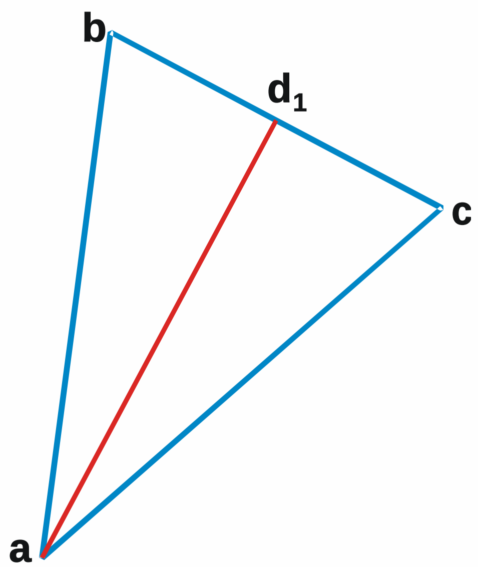
$$\frac{CD_1}{BD_1}=\frac{AC}{AB}$$



شکل۱

در نتیجه اگر d_1 متناظر با D_1 باشد، داریم:

$$d_1=\frac{|b-a|c+|c-a|b}{|b-a|+|c-a|}$$



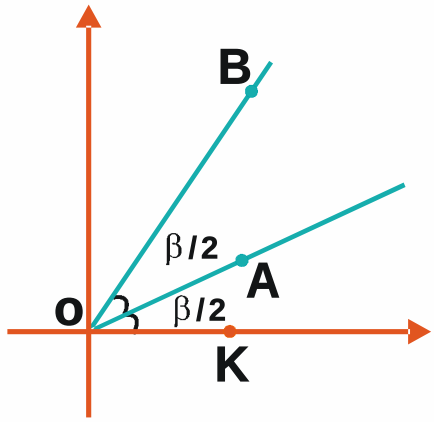
شکل۲

همچنین از نمایش قطبی، می توان مختصات نقطه a با اندازه مفروض $|a|$ را روی نیمساز زاویه $\angle BOK$ بدست آورد. فرض کنید o مبدا باشد و k روی محور اعداد حقیقی واقع باشد، در نتیجه اگر:

$b=|b|e^{i\beta}$، آن گاه: $a=|a|e^{i\frac{\beta}{2}}$. همچنین در حالت کلی اگر BT نیمساززاویه $\angle ATC$ باشد، داریم:

$$\frac{a-t}{b-t}=\left(\frac{b-t}{c-t}\right)^2 .l$$

که $l\in\mathbb{R}^+$. استدلال: فرض کنید $\frac{b-t}{c-t}=kCis\alpha$ $\left(k\in\mathbb{R}^+\right)$، در نتیجه بنابر آنچه که قبلاً آوردیم، α زاویه بین $\vec{tc},\vec{tb}$ خواهد بود و اگر BT نیمساز $\angle ATC$ باشد، داریم:

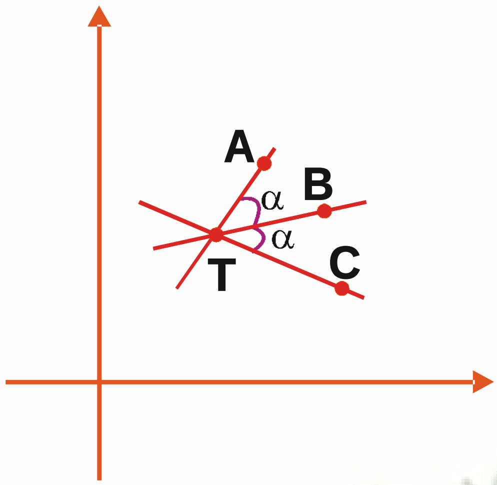


شکل۳

$$\left(k' \in \mathbb{R}^{+}\right)\frac{a-t}{c-t} = k'Cis\,2\alpha$$

از طرفی:

$$Cis(2\alpha) = (Cis\alpha)^2$$



شکل۴

بنابراین باید داشته باشیم:

$$\frac{a-t}{c-t} = kk'(Cis\alpha)^2 = l\left(\frac{b-t}{c-t}\right)^2$$