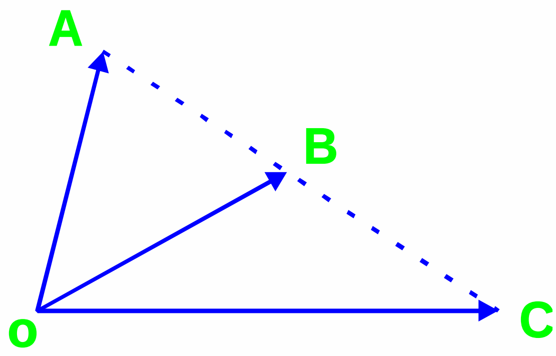
هم خطی

همان طور که گفتیم ، نقاط A ، B و C هم خط اند ، اگر و تنها اگر ، موجودباشد($0 < \lambda < 1$) به طوری که :



$$\vec{OB} = \lambda.\vec{OA} + (1-\lambda).\vec{OC}$$

و یا :

$$\exists\, \lambda' \in IR^{+} : \vec{OB} = \frac{\vec{OA} + \lambda'.\vec{OC}}{1+\lambda'}$$

مثال ۱. روی خط l_1 ، سه نقطه متوالی A_1 ، B_1 و C_1 روی خط l_2 ، نقاط متوالی A_2 ، B_2 و C_2 را در نظر بگیرید ،

به طوریکه :

$$|A_1B_1| = k|A_1C_1|, |A_2B_2| = k|A_2C_2|$$

حال پاره خط های A_1A_2 ، B_1B_2 و C_1C_2 را به وسیله نقاط A_0 ، B_0 و C_0 (به ترتیب) به نسبت هــای مــساوی

تقسیم کرده ایم ، یعنی :

$$|A_1A_0| = l|A_1A_2|, |B_1B_0| = l|B_1B_2|, |C_1C_0| = l|C_1C_2|$$

نشان دهید :

۱. نقاط A_0 ، B_0 و C_0 همراستا هستند .

۲. $|A_0B_0| = k|A_0C_0|$

حل. با توجه به مفروضات مسئله و خواص بردارهای مکان داریم :

$$\vec{B}_1 = k.\vec{C}_1 + (1-k).\vec{A}_1$$

و

$$\vec{B}_2 = k.\vec{C}_2 + (1-k).\vec{A}_2$$

و

$$\vec{A}_0 = l.\vec{A}_2 + (1-l).\vec{A}_1$$

و

$$\vec{B}_0 = l.\vec{B}_2 + (1-l).\vec{B}_1$$

و

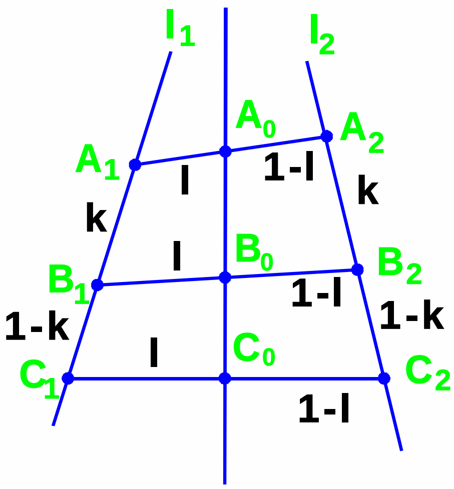
$$\vec{C}_0 = l.\vec{C}_2 + (1-l).\vec{C}_1$$

از طرفی حکم مسئله معادل رابطه برداری زیراست :

$$\vec{B}_0 = k\vec{C}_{0+(1-k).\vec{A}_0}$$

که در این صورت هر دو قسمت ۲و۱ اثبات می شوند.

برای اثبات این تساوی ، از سمت راست تساوی شروع می کنیم ، داریم :



$$k.\vec{C}_0+(1-k).\vec{A}_0=k[(1-l).\vec{C}_1+l.\vec{C}_2]$$

$$+(1-k).[(1-l)\vec{A}_1+l.\vec{A}_2]$$

$$=(1-l)[k.\vec{C}_1+(1-k).\vec{A}_1]+l[(1-k).\vec{A}_2+k.\vec{C}_2]$$

$$=(1-l).\vec{B}_1+l.\vec{B}_2=\vec{B}_0$$

در نتیجه هم ثابت شد A_0 ، B_0 و C_0 هم خط اند و هم ثابت شد

$$\left|\frac{A_0B_0}{A_0C_0}\right|=k$$